BETON-NYOMÓSZILÁRDSÁG ÉRTÉKELÉSE *WEIBULL*-ELOSZLÁSSAL

1. Bevezetés

Az extrémérték-eloszlás vagy más szóval extremális-eloszlás egy eloszláscsaládot leíró gyűjtőfogalom, amely azért figyelemre méltó, mert a műszaki tudományokban is elterjedten alkalmazott normális-eloszlással (*Gauss*-eloszlással) és *t*-eloszlással (*Studen*t-eloszlással) szemben az extrémérték-eloszlás általában nem – vagy csak kivételes esetekben, és akkor is csak közelítőleg – szimmetrikus, és ezért a tényleges valószínűségi előfordulások modellezésére széleskörben alkalmazható.[1]

Az extremális-eloszlás betontechnológiai szempontból azért érdemel figyelmet, mert *Mistéth Endre* (1974, 1977) nyomán *Ujhelyi János* (1978, 1985) szerint átlagos színvonalú betonkészítés esetén a nyomószilárdság valószínűségi eloszlása a kisebb szilárdságú betonok (B 50 – B 140, mai C16/20 alatti betonok) tartományában, vagy az erősen képlékeny konzisztencia esetén a jobbra ferde (jobbra elnyúló, pozitív ferdeségű) logaritmikusan normális-eloszlással (lognormális-eloszlással) közelíthető, míg a nagyobb szilárdságok tartományában (B 400 – B 560, mai C20/25 fölötti betonok), vagy földnedves konzisztencia esetén a balra ferde (balra elnyúló, negatív ferdeségű) második alsó extremális-eloszlással közelíthető.[2]

A közepes szilárdságok (B 200 – B 280, mai C16/20 – C20/25) tartományában normálisnak tekinthető a nyomószilárdság eloszlása. Ezt az elvet a gyakorlatban a beton nyomószilárdsága jellemző értékének, illetve alulmaradási tágasságának kiszámításához a szilárdság eloszlásának ferdeségét figyelembe vevő k tényező $k = 0{,}54 + 0{,}1027\times\sqrt{R_m}$ összefüggésének – amelyben R_m az átlagos nyomószilárdság N/mm^2 mértékegységben – alkalmazásával 1980 júliusa és 2004 augusztusa között az MSZ 4720-2:1980 szabvány érvénye idején követtük. A mai MSZ EN szabványokban a betonszilárdságok normális-eloszlását, tehát a szilárdságértékek szimmetrikus eloszlását tételezik fel.

Mistéth Endre (1974, 1977, 2000, 2001) tanulmányaiban arról írt, hogy a terhek maximumainak eloszlásfüggvénye a felső extrémérték-eloszlást, a teherhordó anyagok tulajdonságai minimumainak eloszlásfüggvénye az alsó harmadik extrémérték-eloszlást követi. *W. Weibull* kísérletei alapján a rideg anyagok, mint például a nagyobb szilárdságú betonok nyomószilárdságának az eloszlására az alsó III. *Weibull* extrémérték-eloszlás bizonyult igaznak.

A beton nyomószilárdság vizsgálati eredményeinek értékelése az aszimmetriát jól kifejező alsó Weibull-eloszlással az MSZ EN 206:2013+A2:2021 betonszabványban beton-

---

[1] Például:

- a visszavont DIN 1055-100:2001 szabványban a változó hatások jellemző (karakterisztikus) értékének fogalmát, amely ritkán fellépő értéknek felel meg, adott referencia-időszakra vonatkozóan az extrémérték-eloszlás 98%-os kvantiliseként határozták meg;
- az acél fáradási élettartamát az extrémérték-eloszláscsaládba tartozó *Weibull*-eloszlással szokás jellemezni (*Braml*, 2010);
- *Mistéth Endre* méretezéselmélete az extrémérték-eloszláson alapul (lásd: *Weibull*-eloszlás);
- Az MSZ EN 1990:2011 Eurocode méretezési szabványban a meteorológiai hatásokat extrémérték-eloszlás feltételezésével vették figyelembe.

[2] Az *Ujhelyi* (1978, 1985) említette „második alsó extremális-eloszlás” alatt a III. típusú alsó *Weibull*-eloszlás értendő, ugyanis *Mistéth Endre* hivatkozott műveiben (1974, 1977, 2001) a *Weibull*-eloszlást II. típusú extrémérték-eloszlásként (extremális-eloszlásként) tárgyalta, és *Ujhelyi János* ezt a sorszámozást *Mistéth Endrétől* átvette. *Mistéth* (1974) idevágó mondata így szól: „Az alsó extremumok eloszlásfüggvényei közül a II. típusú a leggyakoribb. A műszaki gyakorlatban még *Weibull*-eloszlás néven is ismert.”

Ujhelyi János dolgozataiban a balra elnyúló sűrűségfüggvényű (negatív ferdeségű) eloszlást jobbra ferdülőnek nevezte. Dolgozatunkban a negatív ferdeségű eloszlást balra ferdülőnek tekintjük.

és vasbeton szerkezeteink biztonságát és tartósságát szolgálná, hasonlóképpen ahhoz, ahogy 1980 és 2004 között az MSZ 4720-2 magyar szabványban a biztonság és a tartósság érdekében a jellemző érték (karakterisztikus érték, f_{ck}) kiszámításához egy k ferdeségi tényezőt alkalmaztunk. Az MSZ 4720-2:1980 magyar szabványban a beton nyomószilárdságának karakterisztikus értékét az $f_{ck,test} = f_{cm,test} - k \times t_n \times s_{test}$ képlettel számítottuk ki, ahol t_n a *Student*-tényező és s_{est} a szórás. A k ferdeségi tényező értéke a betonnyomószilárdság átlagának ($f_{cm,test}$) volt a függvénye.

2. Extrémérték-eloszlás, extremális-eloszlás

A matematikai statisztikában extrémérték-eloszláson a független és azonos eloszlású x_i valószínűségi változójú n elemű minták nagyság szerint sorba rendezett mintaelemei szélsőértékeinek, azaz a minták legnagyobb vagy legkisebb értékeinek (vizsgálati adatainak), az ún. extrémértékeknek vagy kiugró értékeknek a valószínűségi eloszlását értik. Az extrémérték-eloszlás nem csak a szélsőértékek, hanem a jellemző értékek (karakterisztikus értékek) valószínűségi eloszlásának leírására is alkalmas (*Rinne*, 1995).

Más értelemben például a normális-eloszlás eloszlás esetén kiugró értékeknek azokat tekintik, amelyek a szórás háromszorosánál jobban eltérnek az átlagtól.

Az extrémérték-eloszlásnak a leghíresebb kutatóikról nevezett három típusa van, amelyek mindegyike a szélsőérték jellégétől függően felső vagy alsó extrémérték-eloszlás (*1. táblázat*).

1. táblázat: Egyparaméteres, egyszerűsített (reduced) extrémérték-eloszlások sűrűségfüggvénye (*Rinne*, 2009)

Típus	A legnagyobb (felső vagy maximális) extrémértékek eloszlásának	A legkisebb (alsó vagy minimális) extrémértékek eloszlásának
	egyszerűsített sűrűségfüggvénye	
I.	$g_f(u\|0;1) = e^{-u-e^{-u}}$ felső *Gumbel*-eloszlás	$g_a(u\|0;1) = e^{u-e^{u}}$ alsó *Gumbel*-eloszlás
II.	$f_{Fr,f}(u\|0;1;c) =$ $= c \times u^{-c-1} \times e^{-u^{-c}}$ felső *Fréchet*-eloszlás	$f_{Fr,a}(u\|0;1;c) =$ $= c \times (-u)^{-c-1} \times e^{-(-u)^{-c}}$ alsó *Fréchet*-eloszlás
III.	$w_f(u\|0;1;c) =$ $= c \times (-u)^{c-1} \times e^{-(-u)^{c}}$ felső *Weibull*-eloszlás	$w_a(u\|0;1;c) =$ $= c \times u^{c-1} \times e^{-u^{c}}$ alsó *Weibull*-eloszlás

3. A *Weibull*-eloszlás paramétereinek meghatározása

A *Waloddi Weibull* (1887–1979) svéd mérnök és matamatikus 1939 és 1977 közötti munkásságán alapuló *Weibull*-eloszlásnak három paramétere van, mint az „a” helyparaméter (az irodalomban például x_0-val is jelölik), a „b” skálaparaméter (az irodalomban például λ-val is jelölik) és a „c” alakparaméter (az irodalomban például k-val is jelölik).

A háromparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás a = 0 helyettesítéssel kétparaméteres, a = 0 és b = 1 helyettesítéssel egyparaméteres alsó *Weibull*-eloszlássá transzformálható.

A betonnyomószilárdság vizsgálat eredményének *Mistéth*-elmélet szerinti értékeléséhez ismerni kell a vizsgálati eredmények eloszlását leíró alsó *Weibull*-eloszlás paramétereinek értékét.

Alapvetésünk ezek meghatározásához, hogy

- az egyparaméteres, egyszerűsített alsó *Weibull*-eloszlás ferdeségi együtthatója megegyezik a mérésekkel kapott tapasztalati ferdeségi együtthatóval:

$$\gamma_{\text{skewness,Weibull,alsó}}(u|0;1;c) = \gamma_{\text{skewness,test}}$$

- a kétparaméteres, félig egyszerűsített alsó *Weibull*-eloszlás szórása megegyezik a mérésekkel kapott tapasztalati szórással:

$$s_{\text{Weibull,alsó}}(z|0;b;c) = s_{\text{test}}$$

- a háromparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás várható értéke megegyezik a mérésekkel kapott tapasztalati átlaggal:

$$\mu_{\text{Weibull,alsó}}(x|a;b;c) = f_{\text{cm,test}},$$

- a háromparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás tapasztalati átlaggal azonosnak tekintett várható értékének és a kétparaméteres, félig egyszerűsített alsó *Weibull*-eloszlás várható értékének különbsége azonos az „a” helyparaméter értékével:

$$a = f_{\text{cm,test}} - \mu_{\text{Weibull,alsó}}(z|0;b;c)$$

Az „a” helyparaméter, „b” skálaparaméter és „c” alakparaméter értéke meghatározásának ajánlott lépései a következők:

- Első lépés: Az egyparaméteres, egyszerűsített alsó *Weibull*-eloszlás ferdeségi együtthatójának képletébe beírjuk a mérésekkel kapott tapasztalati ferdeségi együttható értékét ($\gamma_{\text{skewness,test}}$), és implicit iterációval megkeressük a *Weibull*-eloszlás „c” alakparaméterének a tapasztalati ferdeségi együtthatóhoz tartozó értékét:

$$\gamma_{\text{skewness,Weibull,alsó}}(u|0;1;c) =$$

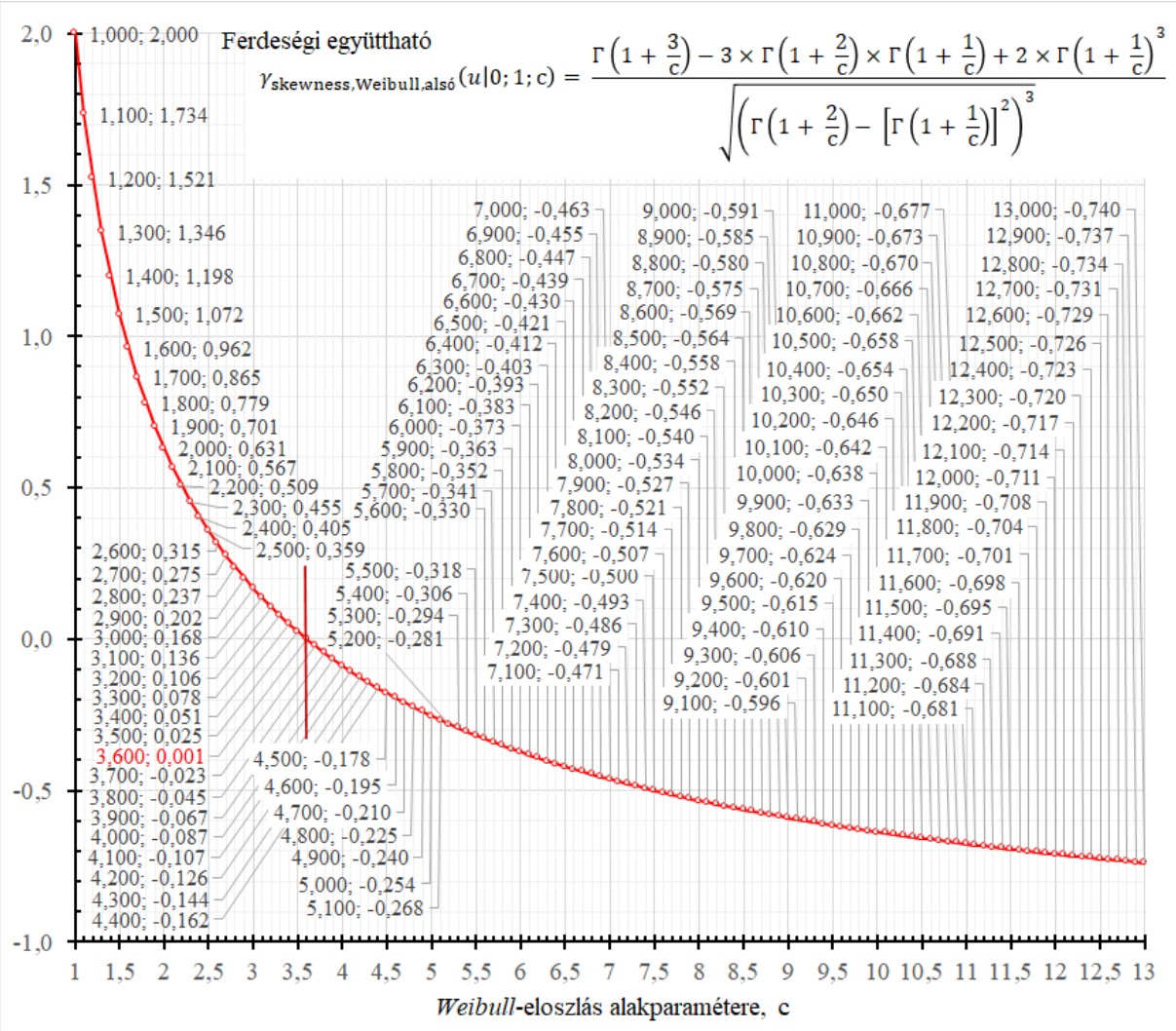
$$= \frac{\Gamma\left(1+\frac{3}{c}\right) - 3\times\Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right)\times\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right) + 2\times\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)^3}{\sqrt{\left(\Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right) - \left[\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)\right]^2\right)^3}} =$$

$$= \gamma_{\text{skewness,test}}$$

A mérési eredményekből a tapasztalati ferdeségi együttható értékét, amely a harmadrendű momentumnak (μ_3) és a szórás harmadik hatványának a hányadosa (s_n^3), a következő képlettel számítjuk ki *(Palotás*, 1979), (*Hartung* et al., 2009):

$$\gamma_{\text{skewness,test}} = \frac{\mu_3}{{s_n}^3} = \frac{\left(\frac{1}{n}\times\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3\right)}{\sqrt[2]{\left(\frac{1}{n}\times\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right)^3}}$$

A fokozatos közelítés (iteráció) során különböző „c” értékek felvételével addig ismételjük az egyparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás ferdeségi együtthatójának a kiszámítását, ameddig a tapasztalati ferdeségi együttható értékét legjobban (például három tizedesre) megközelítő értéket megkapjuk. Ehhez segítségünkre lehet az *1. ábra*.



1. ábra: Az egyparaméteres, egyszerűsített *Weibull*-eloszlás ferdeségi együtthatója a „c” alakparaméter függvényében

- Második lépés: A kétparaméteres, félig egyszerűsített alsó *Weibull*-eloszlás szórásának képletébe beírjuk a már ismert „c” alakparaméter értékét és a beton-nyomószilárdság mérésekkel kapott tapasztalati szórásának az értékét (s_{test}), és implicit iterációval megkeressük a *Weibull*-eloszlás „b” skálaparaméterének a tapasztalati szóráshoz tartozó értékét:

$$s_{\text{Weibull,alsó}}(z|0;\text{b};\text{c}) = s_{test} = \text{b} \times \sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{\text{c}}\right) - \Gamma\left(1+\frac{1}{\text{c}}\right)^2}$$

A fokozatos közelítés (iteráció) során különböző „b” értékek felvételével addig ismételjük a kétparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás szórásának a kiszámítását, ameddig a tapasztalati szórás értékét legjobban (például három tizedesre) megközelítő értéket megkapjuk.

Ebben segítségünkre lehet

- a *2.* és a *3. ábra*, amelyeken a félig egyszerűsített, kétparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás *z* független változója szórásának diagramjait a „b” skálaparaméter és a „c” alakparaméter függvényében ábrázoltuk, valamint
- a *4. ábra* és az *5. ábra*, amelyeken a félig egyszerűsített, kétparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás *z* független változója szórással arányos

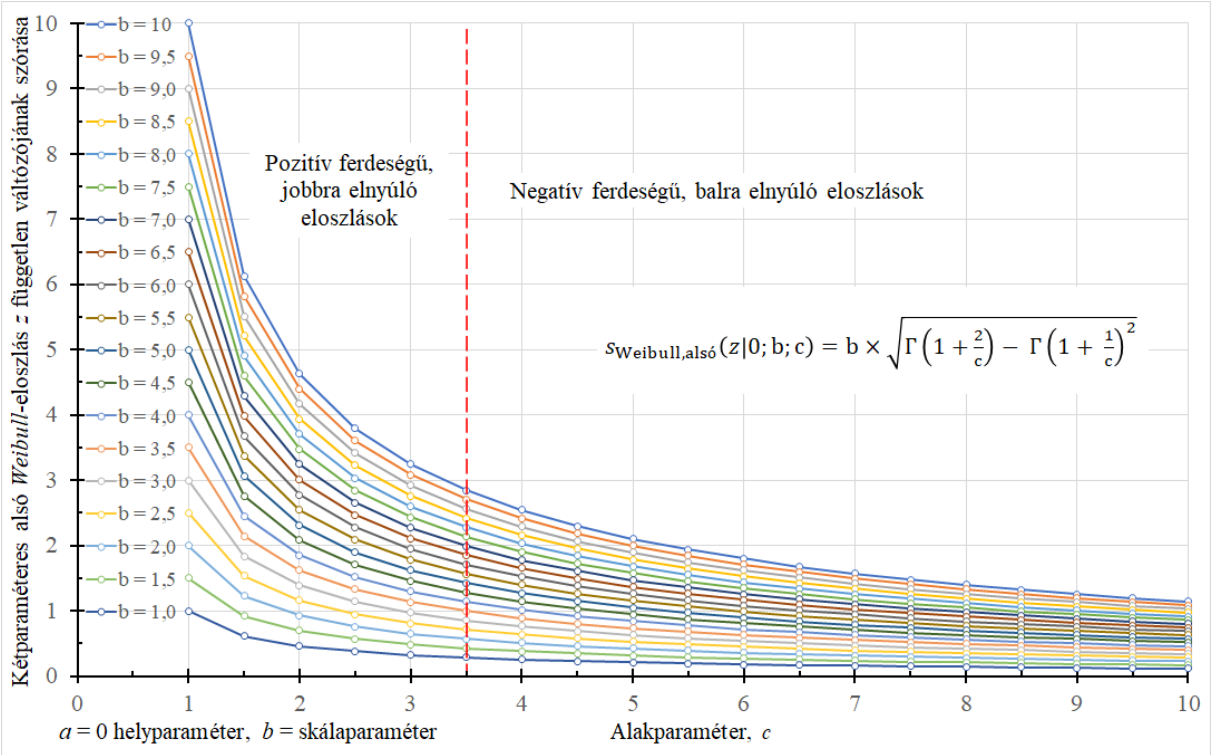
$$\sqrt{\Psi_c} = \frac{s_{\text{Weibull,alsó}}}{b} = \sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right) - \left[\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)\right]^2}$$

szórás/skálaparaméter hányadosának diagramját, illetve a szórás/skálaparaméter hányados négyzetének

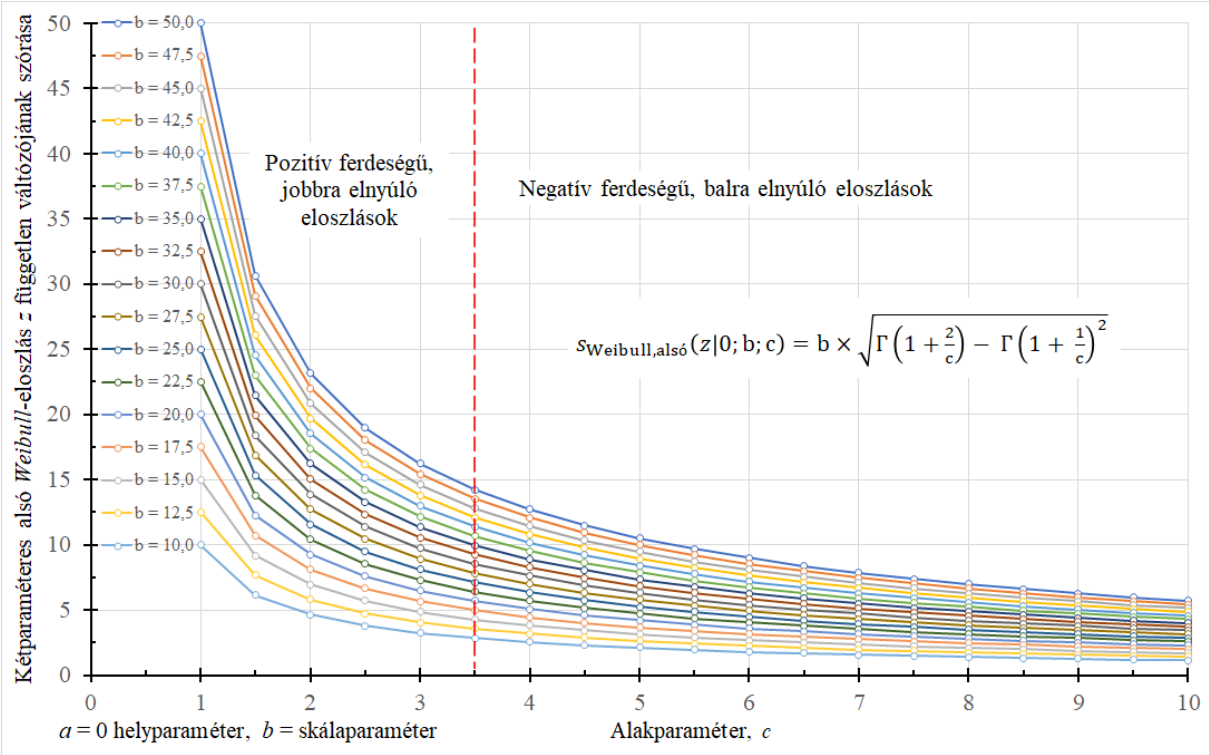
$$\Psi_c = \left(\frac{s_{\text{Weibull,alsó}}}{b}\right)^2 = \Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right) - \left[\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)\right]^2$$

diagramját rajzoltuk meg.

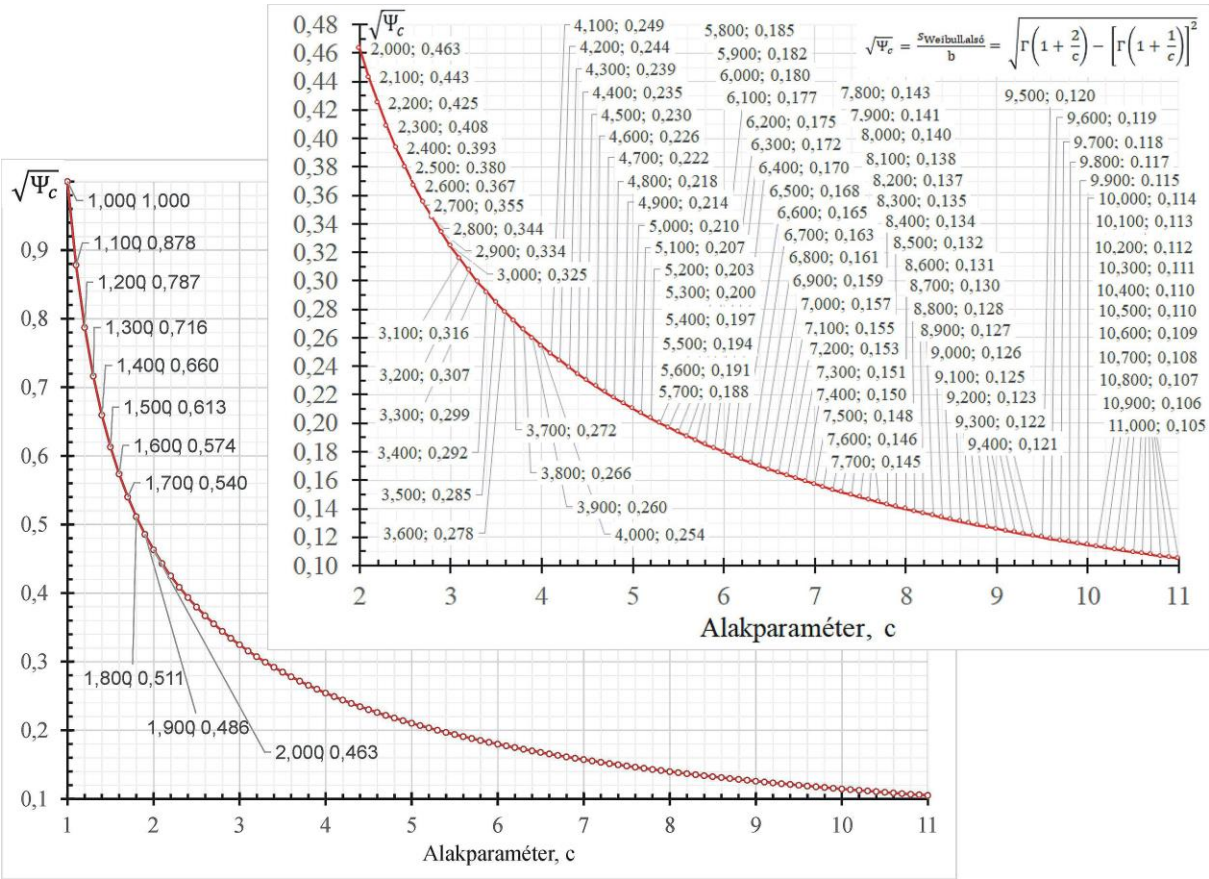
Ha szükséges, akkor a kiszámított „b” skálaparaméter felhasználásával a „c” alakparaméter értékét pontosítani lehet.



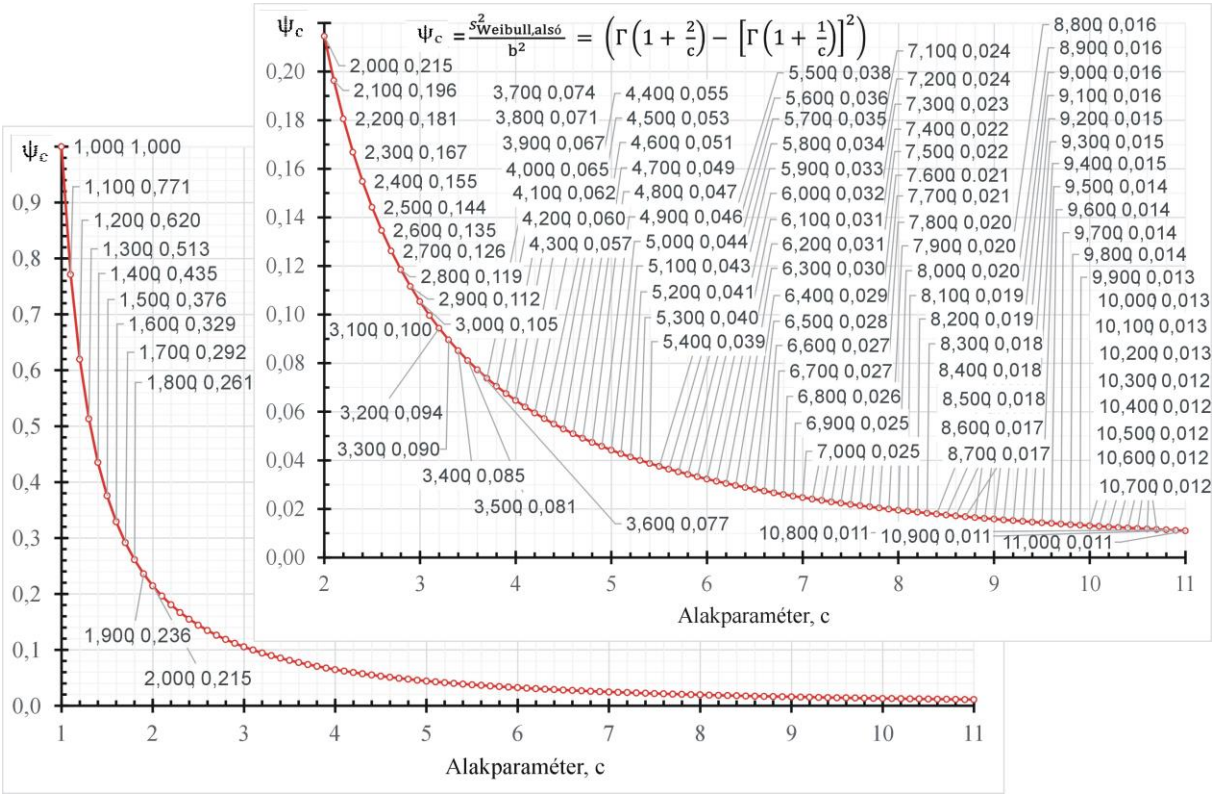
2. ábra: Az „a” helyparaméterrel félig egyszerűsített, kétparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás *z* független változójának szórása a „b” skálaparaméter és a „c” alakparaméter függvényében, ha $1{,}0 \leq b \leq 10{,}0$ és ha $1{,}0 \leq c \leq 10{,}0$



3. ábra: Az „a” helyparaméterrel félig egyszerűsített, kétparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás z független változójának szórása a „b” skálaparaméter és a „c” alakparaméter függvényében, ha $10{,}0 \leq b \leq 50{,}0$ és ha $1{,}0 \leq c \leq 10{,}0$



4. ábra: A félig egyszerűsített, kétparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás szórással arányos $\sqrt{\Psi_c}$ szórás/skálaparaméter hányadosa a „c” alakparaméter függvényében



5. ábra: A félig egyszerűsített, kétparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás szórásnégyzetével arányos négyzetre emelt $\sqrt{\Psi_c}$ szórás/skálaparaméter hányadosa (Ψ_c) a „c” alakparaméter függvényében

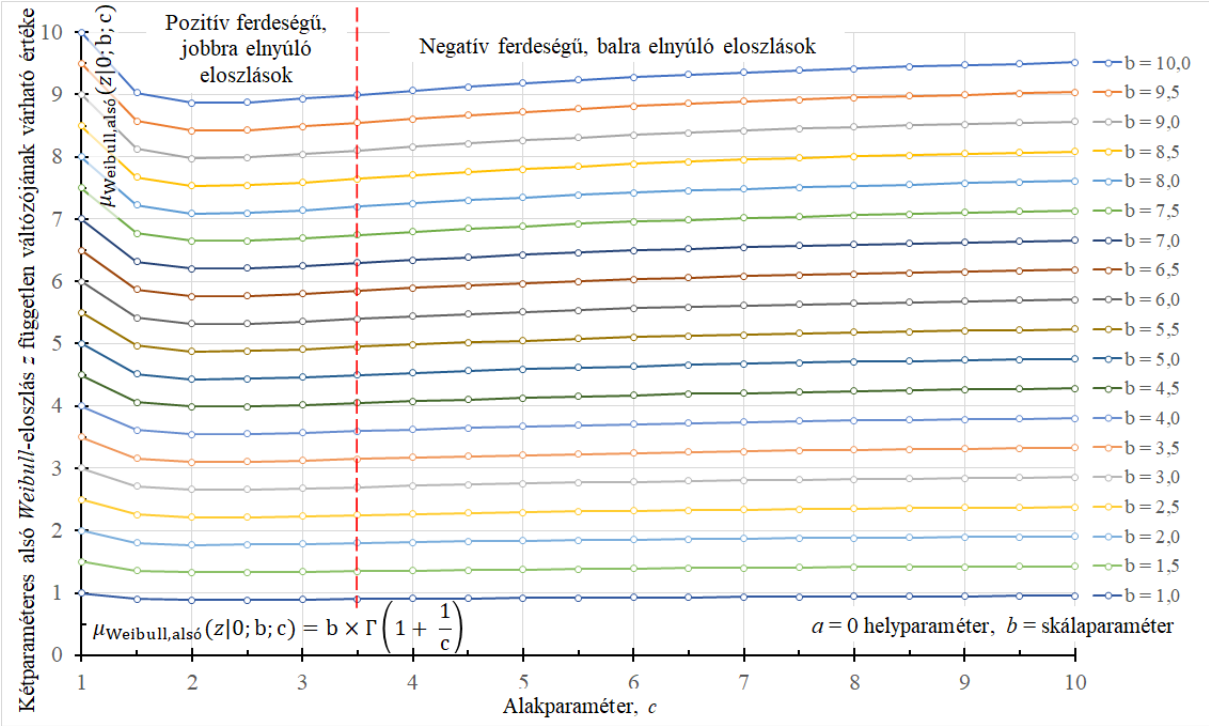
- Harmadik lépés: A már ismert „b” skálaparaméter és „c” alakparaméter felhasználásával implicit iterációval kiszámítjuk a kétparaméteres, félig egyszerűsített alsó *Weibull*-eloszlás $\mu_{\text{Weibull,alsó}}(z|0;b;c)$ várható értékét:

$$\mu_{\text{Weibull,alsó}}(z|0;\mathrm{b};\mathrm{c}) = \mathrm{b} \times \Gamma\left(1 + \frac{1}{\mathrm{c}}\right)$$

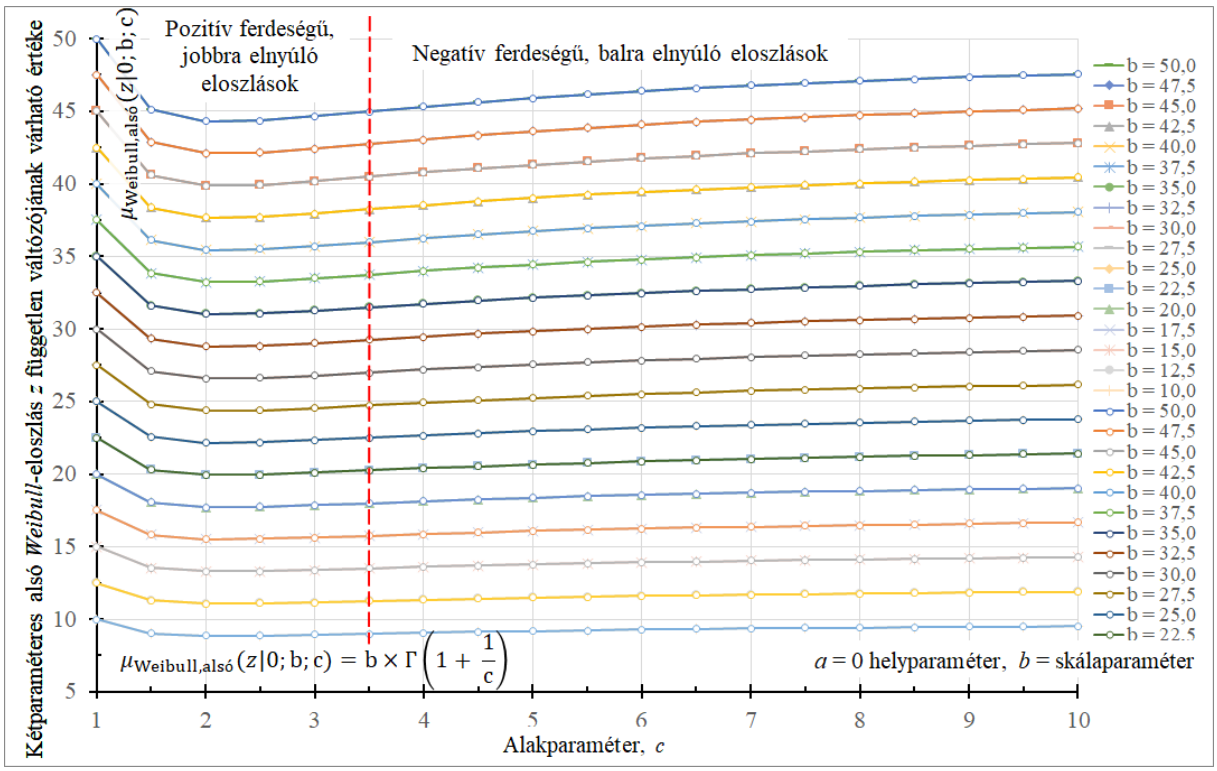
A kétparaméteres, félig egyszerűsített alsó *Weibull*-eloszlás $\mu_{\text{Weibull,alsó}}(z|0;b;c)$ várható értékének a „b” skálaparaméter és a „c” alakparaméter függvényében rajzolt diagramja a *6.* és a *7. ábrán* látható.

Az „a” helyparaméter értékét megkapjuk, ha alapvetésünknek megfelelően a kétparaméteres, félig egyszerűsített alsó *Weibull*-eloszlás kiszámított $\mu_{\text{Weibull,alsó}}(z|0;b;c)$ várható értékét a beton-nyomószilárdság mérési eredményeinek $f_{\text{cm,test}}$ tapasztalati átlagából kivonjuk:

$$a = f_{\text{cm,test}} - \mu_{\text{Weibull,alsó}}(z|0;b;c)$$

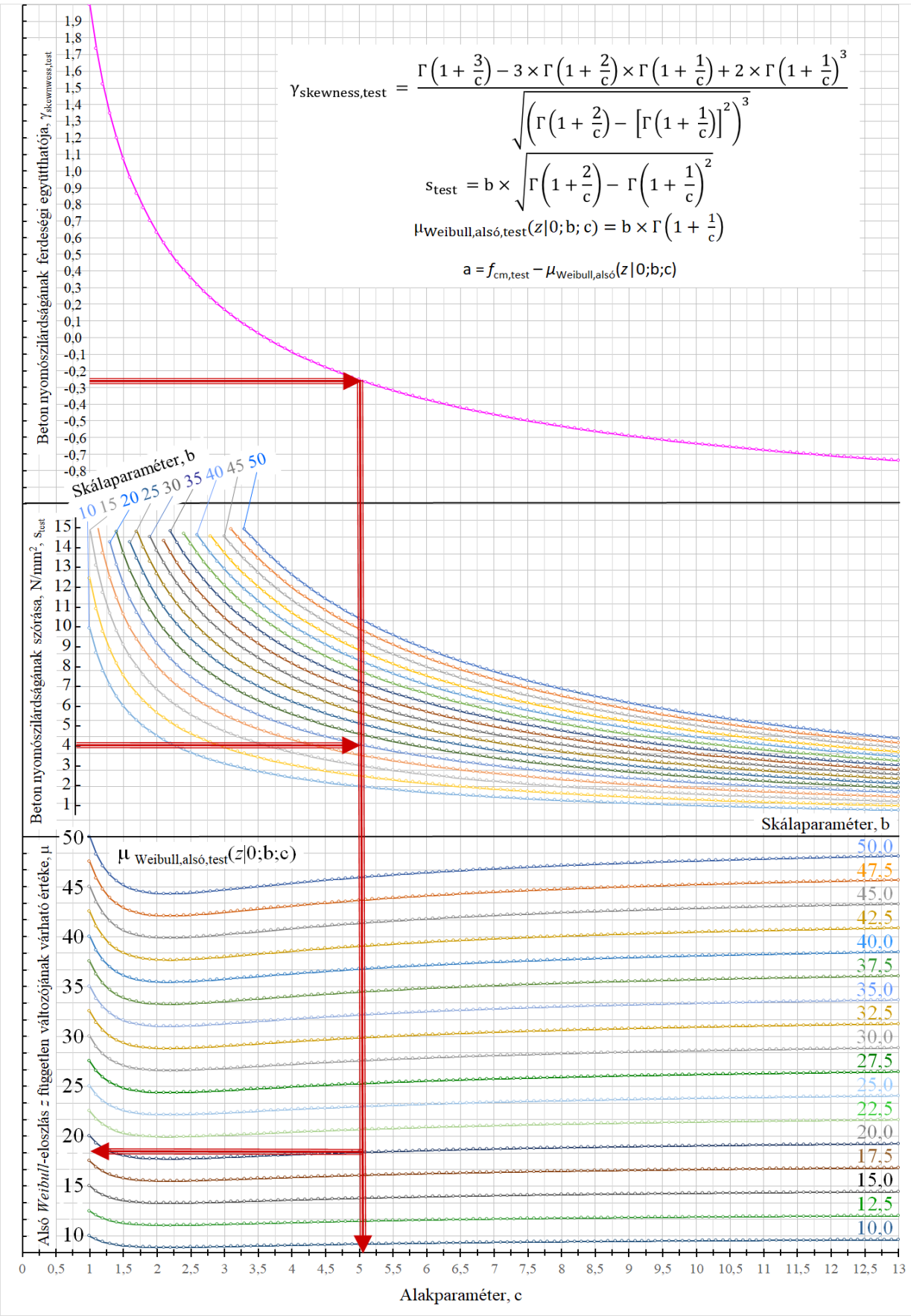


6. ábra: Az „a” helyparaméterrel félig egyszerűsített, kétparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás *z* független változójának várható értéke a „b” skálaparaméter és a „c” alakparaméter függvényében, ha 1,0 ≤ b ≤ 10,0 és ha 1,0 ≤ c ≤ 10,0



7. ábra: Az „a” helyparaméterrel félig egyszerűsített, kétparaméteres alsó *Weibull*-eloszlás *z* független változójának várható értéke a „b” skálaparaméter és a „c” alakparaméter függvényében, ha 10,0 ≤ b ≤ 50,0 és ha 1,0 ≤ c ≤ 10,0

- Negyedik lépés: Az *1. - 7. ábra* felhasználásával nomogramot lehet szerkeszteni (*8. ábra*), amelyen a *Weibull*-eloszlás paramétereinek számítási eredményei összefüggésükben jeleníthetők meg.



8. ábra: Nomogram az alsó *Weibull*-eloszlás paramétereinek meghatározásához

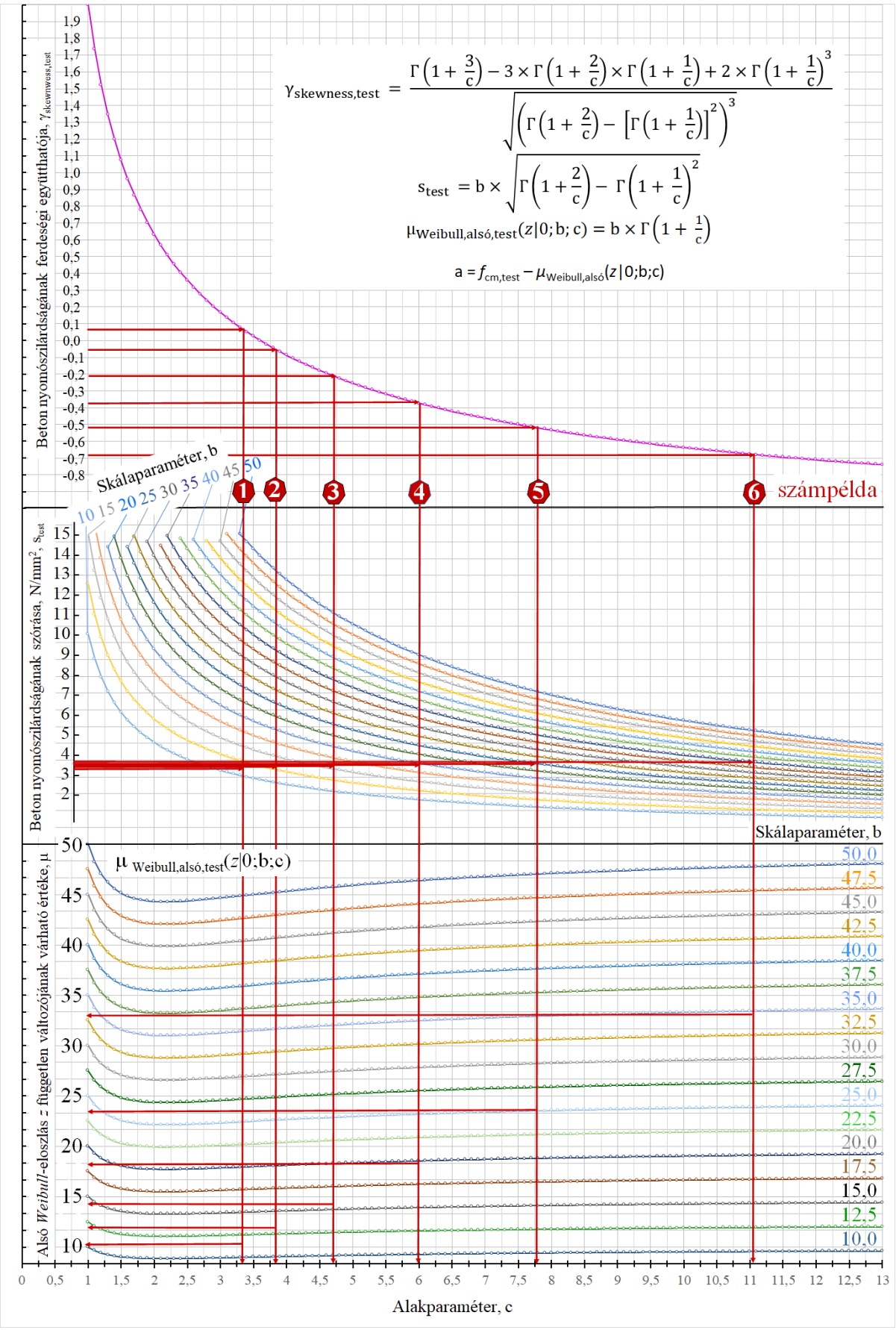
4. Számpélda a beton nyomószilárdságának értékelésére *Weibull*-eloszlással

A *Weibull*-eloszlás paramétereinek fenn javasolt számításmódjával számpéldákat oldottunk meg. A számpéldák kiindulási adata a beton nyomószilárdságának tapasztalati átlaga, tapasztalati szórása és tapasztalati ferdeségi együtthatója, a számítás főbb eredménye a kétparaméteres *Weibull*-eloszlás várható értéke, a helyparaméter, a skálaparaméter, az alakparaméter értéke, valamint a beton *Weibull*-eloszlású nyomószilárdságának tapasztalati jellemző értéke és tapasztalati alulmaradási tágassága (*2. táblázat*).

2. táblázat: Számpéldák a *Weibull*-féle alsó harmadik extrémérték-eloszlás betonanyagtani alkalmazására

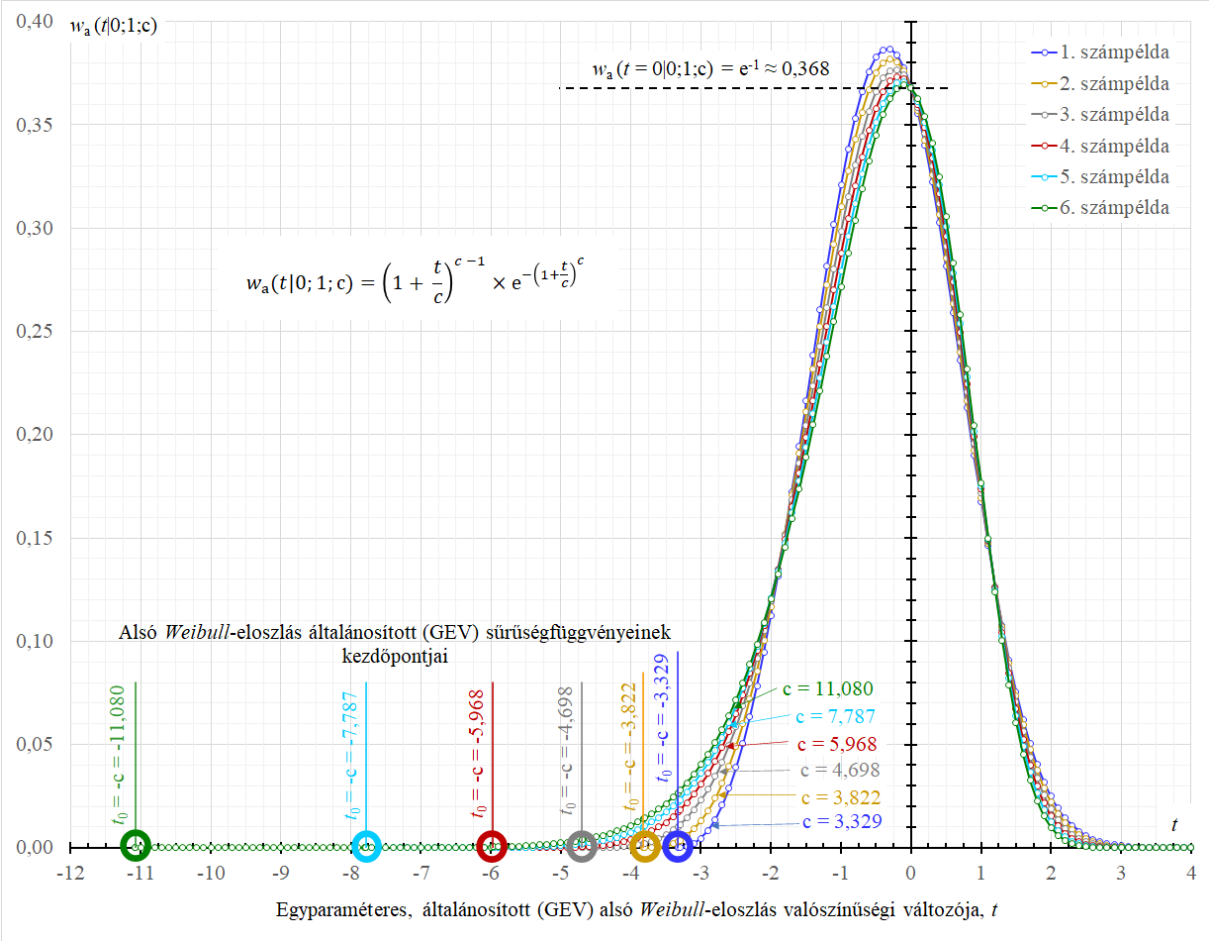
A SZÁMPÉLDA JELE					
1.	2.	3.	4.	5.	6.
A SZÁMPÉLDÁK RÉGEBBI KÍSÉRLETI EREDMÉNYEKEN ALAPULÓ KIINDULÁSI ADATAI					
A beton nyomószilárdsági osztálya, MSZ EN 1992-1-1:2010					
C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50
A beton nyomószilárdságának tapasztalati átlaga, N/mm^2, $f_{cm,cyl,test}$ MSZ EN 1992-1-1:2010					
24	28	33	38	43	48
A beton nyomószilárdságának tapasztalati szórása, N/mm^2, s_{test}					
3,40	3,45	3,50	3,55	3,60	3,65
A beton nyomószilárdságának tapasztalati relatív szórása, $s_{rel,test}$					
0,142	0,123	0,106	0,093	0,084	0,076
A beton nyomószilárdságának tapasztalati ferdeségi együtthatója, $\gamma_{skewness,test}$					
+0,07	-0,05	-0,21	-0,37	-0,52	-0,68
A SZÁMÍTÁS EREDMÉNYE					
Az egyparaméteres, egyszerűsített *Weibull*-eloszlás várható értéke, $\mu_{\mathrm{Weibull}}(u\|0;1;\mathrm{c})$					
0,897	0,904	0,915	0,927	0,941	0,955
A kétparaméteres, félig egyszerűsített *Weibull*-eloszlás várható értéke, $\mu_{\mathrm{Weibull}}(z\|0;\mathrm{b};\mathrm{c})$					
10,271	11,802	14,436	18,230	23,660	33,430
A *Weibull*-eloszlás helyparamétere, a					
13,729	16,198	18,564	19,770	19,340	14,570
A *Weibull*-eloszlás skálaparamétere, b					
11,445	13,054	15,780	19,656	25,157	34,992
A *Weibull*-eloszlás alakparamétere, c					
3,329	3,822	4,698	5,968	7,787	11,080
A beton *Weibull*-eloszlású nyomószilárdságának tapasztalati jellemző értéke (5%-os karakterisztikus értéke), N/mm^2, $f_{ck,test}$					
18,419	22,199	26,939	31,720	36,519	41,334
A beton *Weibull*-eloszlású nyomószilárdságának tapasztalati alulmaradási tágassága, N/mm^2, $f_{cm,test} - f_{ck,test}$					
5,581	5,801	6,061	6,280	6,481	6,666
A számpélda szerint alulmaradási tényező (tapasztalati alulmaradási tágasság / tapasztalati szórás)					
1,641	1,681	1,732	1,769	1,800	1,826

A számpéldák megoldásának folyamatát a *9. ábra* szemlélteti.

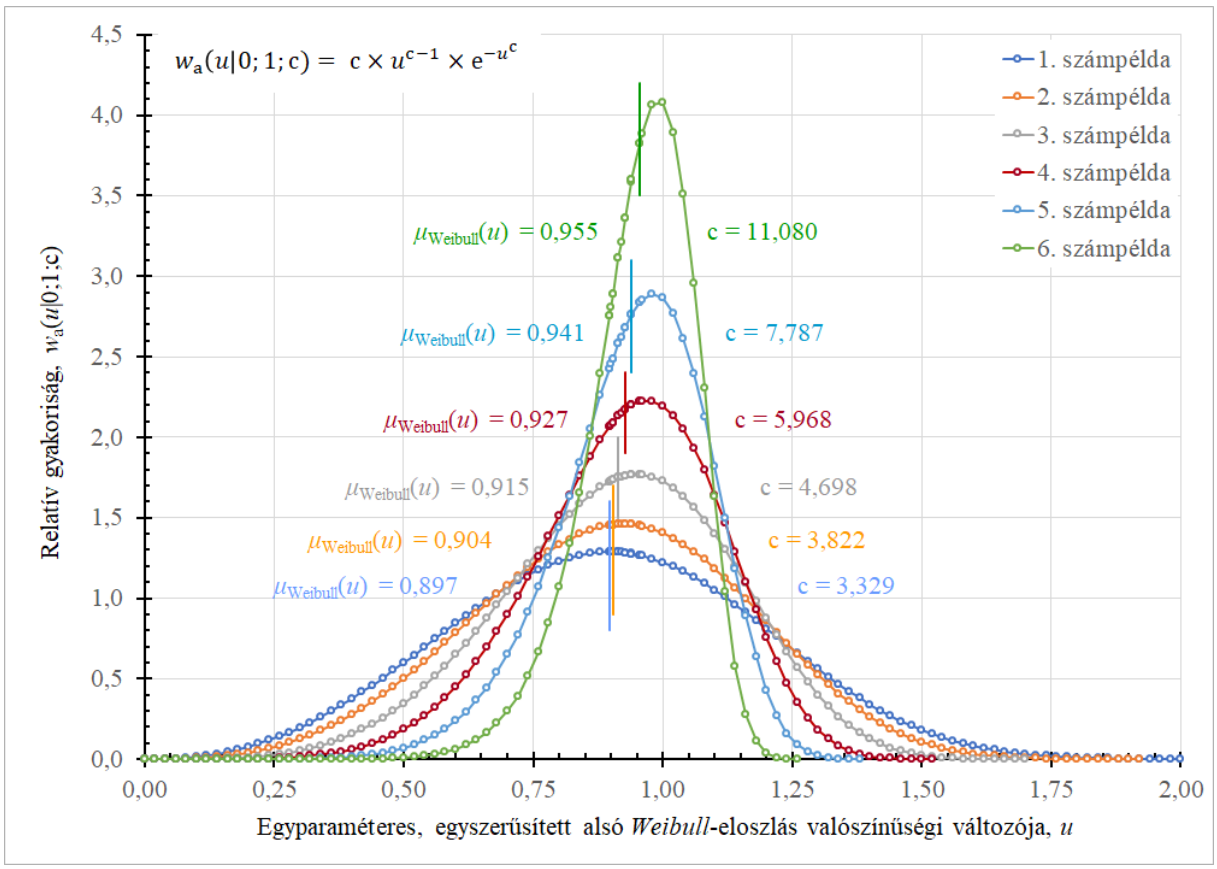


9. ábra: A számpéldák megoldása folyamatának szemléltetése nomogramon

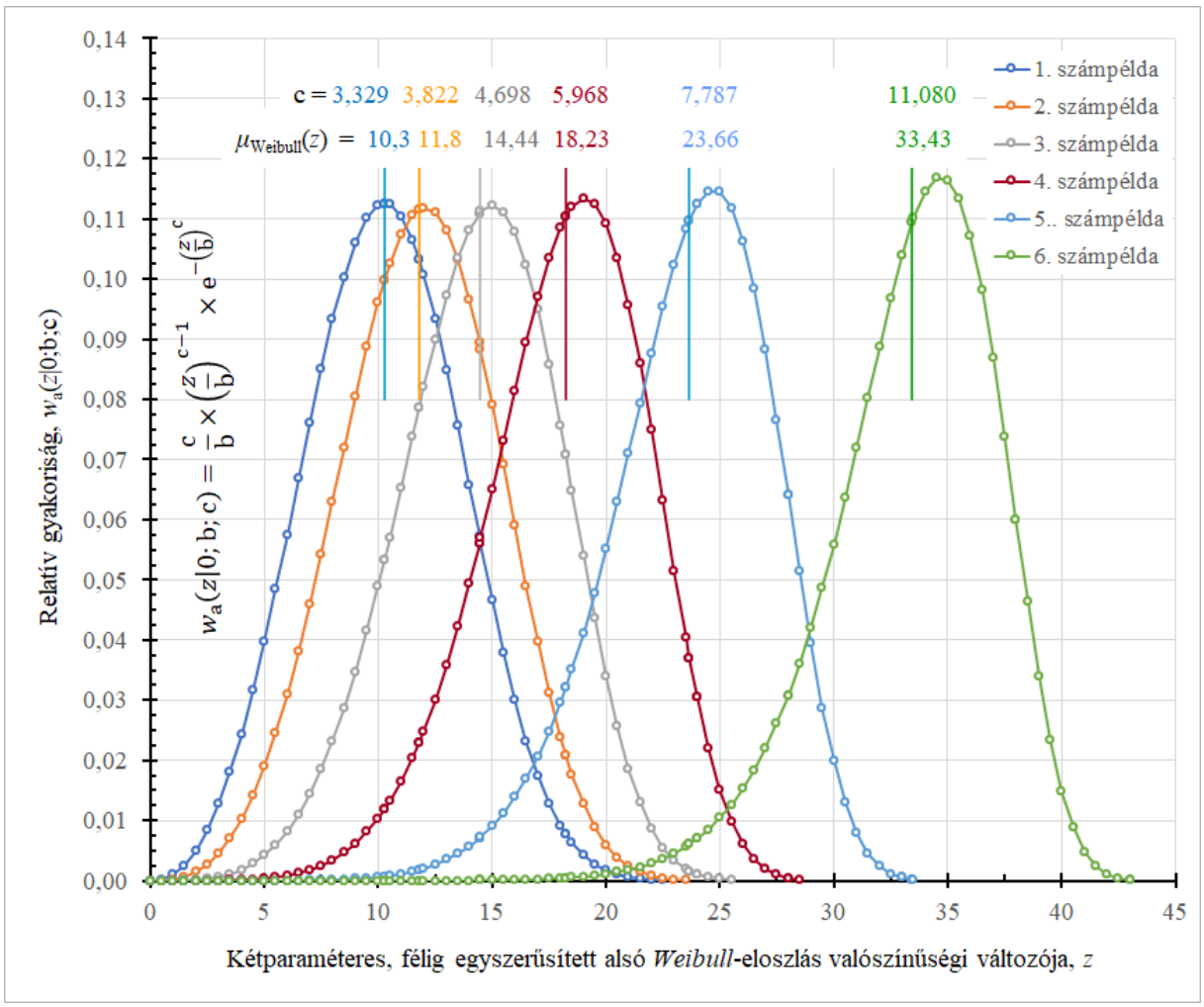
A számpéldák kiszámított adatainak a felhasználásával megrajzoltuk az alsó *Weibull*-eloszlás egyparaméteres, általánosított (GEV, Generalized extreme value distribution) sűrűségfüggvényének (*10. ábra*), egyparaméteres, egyszerűsített sűrűségfüggvényének (*11. ábra*), kétparaméteres, félig egyszerűsített sűrűségfüggvényének (*12. ábra*), továbbá az alsó *Weibull*-eloszlású beton-nyomószilárdság háromparaméteres sűrűségfüggvényének (*13. ábra*) és háromparaméteres eloszlásfüggvényének görbéit (*14. ábra*).



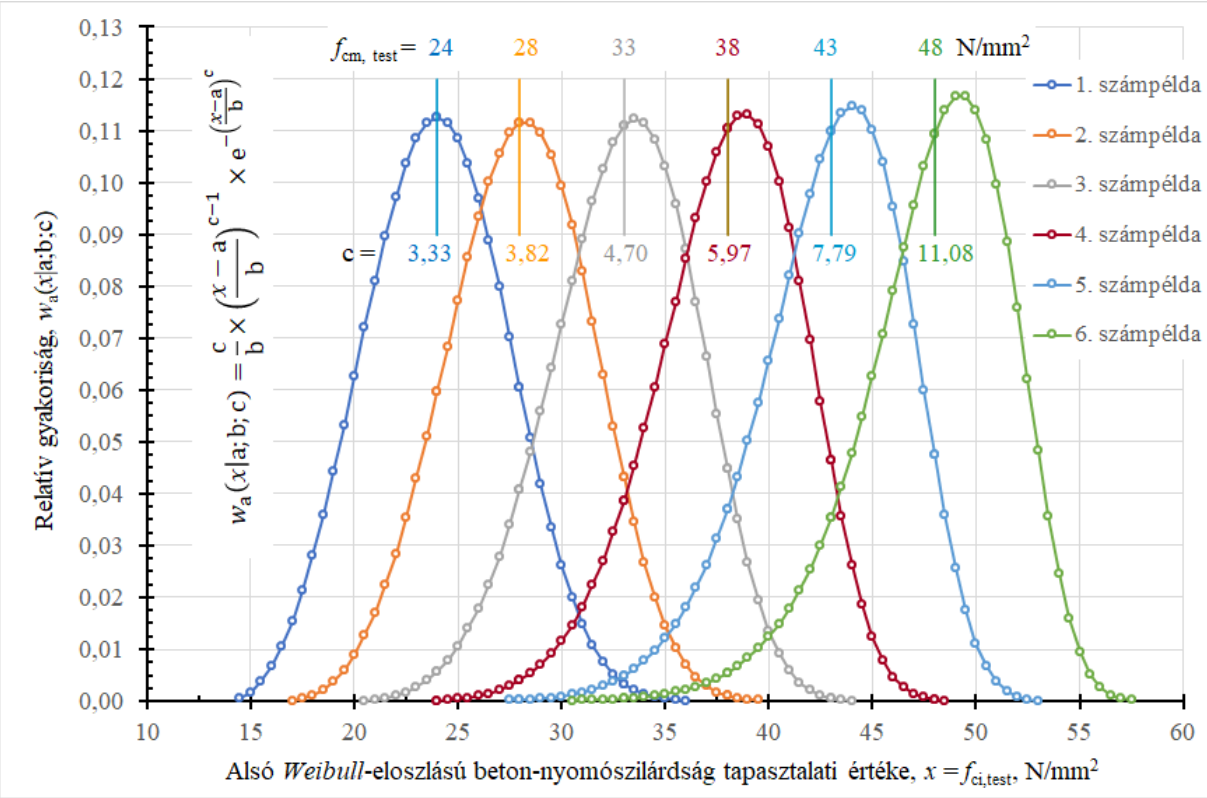
10. ábra: A számpélda-megoldás első lépésének diagramjai. Az alsó *Weibull*-eloszlás egyparaméteres, általánosított (GEV) sűrűségfüggvényének görbéi



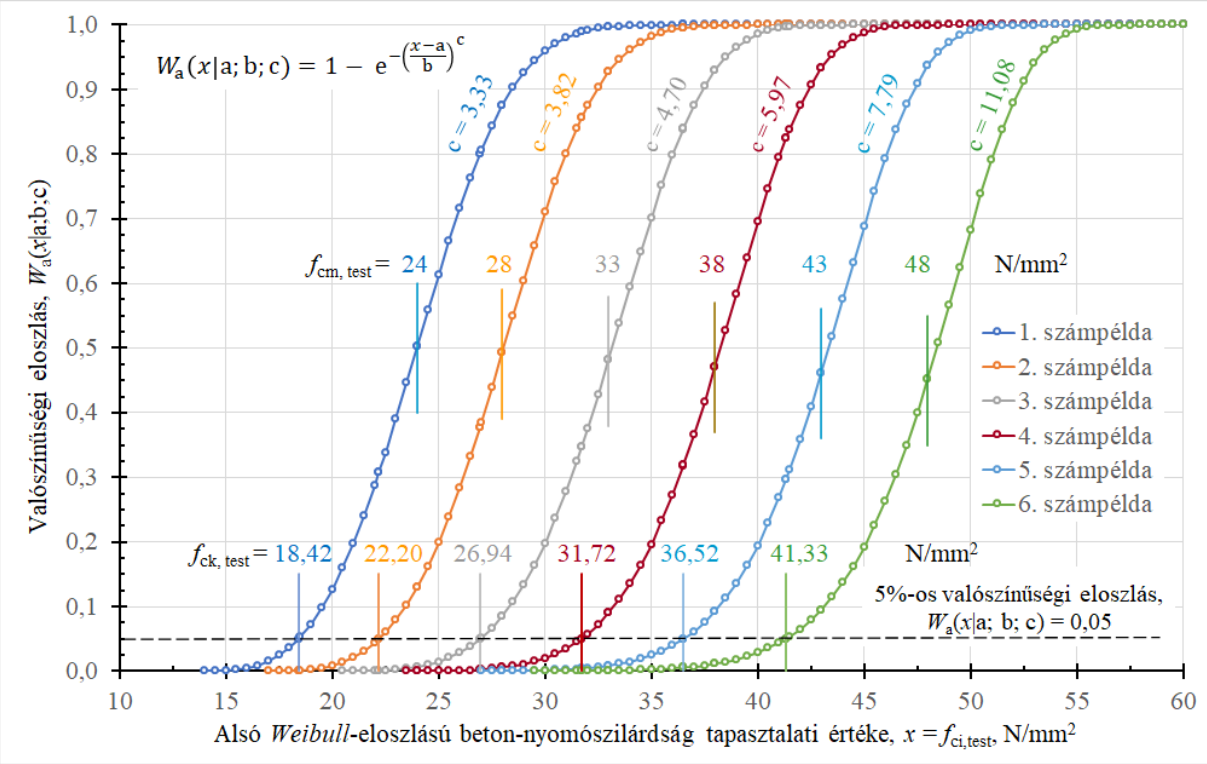
11. ábra: A számpélda-megoldás első lépésének diagramjai. Az alsó *Weibull*-eloszlás egyparaméteres, egyszerűsített sűrűségfüggvényének görbéi



12. ábra: A számpélda-megoldás második lépésének diagramjai. Az alsó *Weibull*-eloszlás kétparaméteres, félig egyszerűsített sűrűségfüggvényének görbéi



13. ábra: A számpélda-megoldás harmadik lépésének diagramjai. Az alsó *Weibull*-eloszlású beton-nyomószilárdság háromparaméteres sűrűségfüggvényének görbéi



14. ábra: A számpélda-megoldás harmadik lépésének diagramjai. Az alsó *Weibull*-eloszlású beton-nyomószilárdság háromparaméteres eloszlásfüggvényének görbéi

A *14. ábrán* a számpéldák alsó *Weibull*-eloszlású beton-nyomószilárdságának 5%-os tapasztalati jellemző értékét (karakterisztikus értékét) is feltüntettük. A nyomószilárdság tapasztalati alulmaradási tágassága a tapasztalati átlag ($f_{cm,test}$) és a tapasztalati jellemző érték ($f_{ck,test}$) különbsége ($f_{cm,test} - f_{ck,test}$), amelynek értéke számpéldáinkban az 5,5 N/mm^2 értéket, az MSZ EN 1992-1-1:2010 szabvány szerinti, legalább C25/30 nyomószilárdsági osztályokban a 6 N/mm^2 értéket meghaladja (*2. táblázat*).

Ha a vizsgált próbatestek *n* számát is figyelembe vesszük, akkor az alulmaradási tágasság a t_n/1,645 hányadossal megszorzandó, ahol t_n *a Student*-tényező értéke (MSZ 4798:2016), (*Federighi*, 1959), (*Stange* et al., 1966), és amely hányados értéke például *n* = 3 próbatest esetén 2,92/1,645 = 1,775, vagy *n* = 5 próbatest esetén 2,132/1,645 = 1,296, vagy *n* = 15 esetén 1,761/1,645 = 1,071, vagy *n* = 35 esetén 1,691/1,645 = 1,028.

5. Megállapítás

A *2. táblázat* utolsó előtti sora alapján megállapíthatjuk, hogy a beton – a maga valóságában ferde eloszlású – nyomószilárdságának az alsó *Weibull*-eloszlással számított alulmaradási tágassága sokkal nagyobb, mint az MSZ EN 206:2013+A2:2021 szabvány kezdeti gyártásra vonatkozó 8.2.1.3.2./„A módszer” szakasza szerinti 4 N/mm^2, illetve folyamatos gyártásra vonatkozó 8.2.1.3.2./„B módszer” szakasza szerinti 1,48×σ_{test} N/mm^2 érték.

Ebből is következik, hogy az MSZ EN 206:2013+A2:2021 betonszabvány és az ezt követő MSZ4798:2016 magyar termékszabvány szerinti, valamely adott jelű (például C40/50) beton valójában kisebb átlagos nyomószilárdságú – amely átlagos nyomószilárdság a betonösszetétel tervezésének alapja –, mint amekkora átlagos nyomószilárdságot az Eurocode (MSZ EN 1990:2011) és az Eurocode 2 (MSZ EN 1992-1-1:2010, MSZ EN 1992-2:2009, MSZ EN 1992-3:2011) tervezési szabványokban az ugyanilyen betonjelhez tartozóan számításba vesznek. (http://www.betonopus.hu/notesz/ac50-ajanlas.pdf), (*Kausay*, 2006), (*Kausay* et al., 2007)

Ez az alulmaradási tényezőkben egyébként is meglévő kedvezőtlen különbség (például 1,48 használata az 1,645 helyett) a nagyobb nyomószilárdságú betonok esetén a valóságban még egyre tovább növekszik, miként azt a betonszilárdságok valóságos ferdeségét követő *Weibull*-eloszlással e dolgozatban kimutattuk.

A beton-nyomószilárdság vizsgálati eredményeinek értékelése az aszimmetriát jól kifejező alsó *Weibull*-eloszlással a beton- és vasbetonszerkezeteink biztonságát és tartósságát szolgálná; hasonlóképpen ahhoz, ahogy azt eleink 24 éven át az alulmaradási tágasságot kifejező $k \times t_n \times s$ szorzatban lévő – a nyomószilárdság átlagától függő – *k* ferdeségi tényezőnek a 2004-ben visszavont MSZ 4720-2:1980 szabványban való alkalmazásával szolgálták.

Mindent egybevetve megállapíthatjuk, hogy az alsó *Weibull*-eloszlás kiváló eszköz a beton nyomószilárdsága jellemző értékének (karakterisztikus értékének) – az egyedi nyomószilárdság vizsgálati eredmények eloszlásának ferdeségét figyelembe vevő – meghatározására.

HIVATKOZOTT SZABVÁNYOK

DIN 1055-100:2001	Einwirkungen auf Tragwerke. Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung. Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln. Visszavont szabvány
MSZ EN 206:2013+A2:2021	Beton. Műszaki követelmények, teljesítőképesség, készítés és megfelelőség
MSZ EN 1990:2011	Eurocode: A tartószerkezetek tervezésének alapjai. Módosították: MSZ EN 1990:2002/A1:2008 jel alatt
MSZ EN 1992-1-1:2010	Eurocode 2: Betonszerkezetek tervezése. 1-1. rész: Általános és az épületekre vonatkozó szabályok. Módosították: MSZ EN 1992-1-1:2004/A1:2016 jel alatt
MSZ EN 1992-2:2009	Eurocode 2: Betonszerkezetek tervezése. 2. rész: Betonhidak. Tervezési és szerkesztési szabályok
MSZ EN 1992-3:2011	Eurocode 2: Betonszerkezetek tervezése. 3. rész: Folyadéktartályok és tárolószerkezetek
MSZ 4720-2:1980	A beton minőségének ellenőrzése. 2. rész: Általános tulajdonságok ellenőrzése. Visszavont szabvány
MSZ 4798:2016	Beton. Műszaki követelmények, tulajdonságok, készítés és megfelelőség, valamint az EN 206 alkalmazási feltételei Magyarországon. Módosították: MSZ 4798:2016/1M:2017 és MSZ 4798:2016/2M:2018 jel alatt

FELHASZNÁLT IRODALOM

Braml, Th.: Zur Beurteilung der Zuverlässigkeit von Massivbrücken auf der Grundlage der Ergebnisse von Überprüfungen am Bauwerk. Dissertation. Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München. München, 2010.

Federighi, E. T.: Extended tables of the percentage points of Student's *t*-distribution. Journal of the American Statistical Association. Vol. 54. 1959. pp. 683-688.

Hartung, J. – Elpelt, B. – Klösener, K.-H.: Statistik. Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH. München, 2009.

Kausay T.: A beton nyomószilárdságának elfogadása. Vasbetonépítés. VIII. évfolyam. 2006. 2. szám, pp. 35-44. http://fib.bme.hu/folyoirat/vb/vb2006_2.pdf

Kausay T. – Simon T. K.: Acceptance of concrete compressive strength. Concrete Structures. Vol. 8. 2007. No. 4., pp. 54-63. http://www.betonopus.hu/some/acceptance.pdf

Mistéth E.: Erőtani méretezés valószínűségelméleti alapon. Építésügyi Minőségellenőrző Intézet kiadványsorozata. 23. szám. Építésügyi Tájékoztatási Központ. Budapest, 1974.

Mistéth E.: Építőanyagok küszöbszilárdságának valószínűségi sűrűségfüggvénye. Kézirat. Építéstudományi Intézet. Budapest, 1977.

Mistéth E.: A keresztmetszeti mennyiség valószínűségelméleti alapon való meghatározása. Vasbetonépítés. 2. évfolyam. 2000. 4. szám, pp. 106-111.

Mistéth E.: Méretezéselmélet. Akadémiai Kiadó. Budapest, 2001.

Palotás L.: Mérnöki szerkezetek anyagtana 1. Általános anyagismeret. Akadémiai Kiadó. Budapest, 1979.

Rinne, H.: The Weibull Distribution. A Handbook. CRC Press. Boca Raton (Florida). London, New York, 2009.

Stange, K. – Henning, H.-J.: Graf/Henning/Stange. Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik. Springer-Verlag. Berlin/Heidelberg/New York, 1966.

Ujhelyi J.: A betonok szilárdsági szórásának és a szilárdság valószínű eloszlásának a vizsgálata. Kézirat. Az Építéstudományi Intézet kutatási jelentése. Budapest, 1978. http://www.betonopus.hu/notesz/ujhelyi/13-ujhelyi-1978-szoras.pdf

Ujhelyi J.: Betontechnológia I. Vízépítési segédletek. Vízdok. Budapest, 1985. http://www.betonopus.hu/notesz/ujhelyi/14-ujhelyi-1985-vizepitesi-segedlet.pdf

Weibull, E. H. W.: A Statistical Theory of the Strength of Material. Ingeniars Vetenskaps Akademiens Handligar. No. 151. Royal Swedish Institute for Engineering Research. Stockholm, 1939./a.

Weibull, E. H. W.: The Phenomenon of Rupture in Solids. Ingeniars Vetenskaps Akademiens Handligar. No. 153. Royal Swedish Institute for Engineering Research. Stockholm, 1939./b.

Weibull, E. H. W.: A Statistical Distribution Function of Wide Application. Journal of Applied Mechanics. 18. 1951. p. 293-297.

Weibull, E. H. W.: A Statistical Distribution Function of Wide Application. Journal of Applied Mechanics. Vol. 19. 1952. p. 233-234.

Weibull, E. H. W.: References on Weibull Distribution, FTLA Report. Forsvarets Teletekniska Laboratorium. Stockholm, 1977.

MEGJEGYZÉS:

- Az extrémérték-eloszlásról (extremális-eloszlásról) és a *Weibull*-eloszlásról részletesebben az elektronikus Betonos^{e}könyv lapjain lehet olvasni:
  http://www.betonos-e-konyv.hu/book.php?pdf=betekon-101-6-4.pdf&fb3d-page=1
- A dolgozat angol nyelvű változata megjelent a *fib* Nemzetközi Betonszövetség Magyar Tagozata „Concrete Structures” című folyóirata 2022. évi számának (23. évfolyam) 11-22. oldalán: http://fib.bme.hu/folyoirat/cs/cs2022/cs2022_3.pdf, (https://doi.org/10.32970/CS.2022.1.3)

Vissza a

Noteszlapok abc-ben **Noteszlapok tárgykörönként**

tartalomjegyzékhez